

Übungsblatt 4

Abgabetermin: Mittwoch, der 16. November 2022 um 14:30

- Die Abgabe dieses Blattes wird am Mittwoch, dem 09.11. um 16 Uhr freigeschaltet.
- Die Lösungen der Hausaufgaben werden online via Moodle abgegeben.
- Die Hausaufgaben müssen in Gruppen von je **drei Studierenden aus dem gleichen Tutorium** abgegeben werden.
- Einzelabgaben werden mit 0 (Null) Punkten bewertet. Bitte versucht immer zu dritt arbeiten und abzugeben, das heißt wenn ein Teammitglied aufhört, sucht euch bitte ein weiteres Teammitglied.
- **Nummer des Tutoriums, Nummer des Übungsblattes und Namen und Matrikelnummern** der Studierenden sind auf das erste Blatt jeder Abgabe aufzuschreiben
- Es wird nur eine PDF-Datei, maximale Größe 15 MB, akzeptiert. Als Dateiname bitte Blatt-XX_Tutorium-YY_Gruppe-ZZZ.pdf mit der Nummer des aktuellen Blattes, des Tutoriums und der Abgabegruppe im Dateinamen verwenden.
- Musterlösungen zu den Hausaufgaben werden nach der Globalübung am Mittwoch, dem 16.11. in Moodle hochgeladen.

Tutoriumsaufgabe 1 (Satz von Rice)

Formulieren Sie die folgenden Probleme als Sprachen (z.B. $H = \{\langle M \rangle \mid M \text{ hält auf } w\}$ für das Halteproblem). Zeigen oder widerlegen Sie, dass die resultierenden Sprachen entscheidbar sind. Nutzen Sie dazu den Satz von Rice, falls dieser anwendbar ist und begründen sie andernfalls, warum der Satz nicht anwendbar ist.

- Gegeben eine Turingmaschine M , ist $L(M)$ nicht leer?
- Gegeben eine Turingmaschine M , hält M auf der Eingabe 110?
- Gegeben eine Turingmaschine M , berechnet M eine partielle, berechenbare Funktion?

Tutoriumsaufgabe 2 (Varianten des Halteproblems)

Zeigen oder widerlegen Sie, dass die folgenden Sprachen entscheidbar sind. Überlegen Sie sich insbesondere, ob der Satz von Rice anwendbar ist.

- $H_{\leq 97} = \{\langle M \rangle w \mid M \text{ hält auf Eingabe } w \text{ und zwar nach höchstens 97 Schritten}\}$
- $H_{>97} = \{\langle M \rangle w \mid M \text{ hält auf Eingabe } w \text{ und zwar nach mehr als 97 Schritten}\}$

Aufgabe 3 (Satz von Rice)**9 (3 + 3 + 3) Punkte**

Zeigen oder widerlegen Sie, dass die folgenden Sprachen entscheidbar sind. Nutzen Sie dazu den Satz von Rice, falls dieser anwendbar ist und begründen sie andernfalls, warum der Satz nicht anwendbar ist.

a) $L_1 = \{\langle M \rangle \mid M \text{ hält nicht in weniger als } 2^{|\langle M \rangle|} - 1 \text{ Schritten auf } \langle M \rangle\}$

b) $L_2 = \{\langle M \rangle \mid f_M(\langle M \rangle) = 1\}$

c) $L_3 = \{\langle M \rangle \mid f_M(\langle M' \rangle) = 1 \text{ für alle TMen } M', \text{ die 3 Zustände haben}\}$

Hinweis: Wir erinnern uns an die Definition: $f_M(\langle M' \rangle)$ ist das Ergebnis der Berechnung von M auf der Eingabe $\langle M' \rangle$.

Aufgabe 4 (Formale Definitionen und Entscheidbarkeit)**3 (1 + 2) Punkte**

Wir betrachten folgende Aussage:

Es existiert eine TM M und ein Wort w so, dass es unentscheidbar ist, ob M auf w hält.

a) Formulieren Sie die Aussage als eine Aussage über formale Sprachen.

b) Zeigen oder widerlegen Sie die Aussage.

Aufgabe 5 (Spezielle Halteprobleme)**3 Punkte**

Beweisen oder widerlegen Sie, dass die Sprache

$$H_{42} = \{\langle M \rangle \mid \text{Auf jeder Eingabe hält } M \text{ nach höchstens 42 Schritten}\}$$

entscheidbar ist.