

Übungsblatt 5

Abgabetermin: Mittwoch, der 23. November 2022 um 14:30

- Die Abgabe dieses Blattes wird am Mittwoch, dem 16.11. um 16 Uhr freigeschaltet.
- Die Lösungen der Hausaufgaben werden online via Moodle abgegeben.
- Die Hausaufgaben müssen in Gruppen von je **drei Studierenden aus dem gleichen Tutorium** abgegeben werden.
- Einzelabgaben werden mit 0 (Null) Punkten bewertet. Bitte versucht immer zu dritt arbeiten und abzugeben, das heißt wenn ein Teammitglied aufhört, sucht euch bitte ein weiteres Teammitglied.
- **Nummer des Tutoriums, Nummer des Übungsblattes und Namen und Matrikelnummern** der Studierenden sind auf das erste Blatt jeder Abgabe aufzuschreiben
- Es wird nur eine PDF-Datei, maximale Größe 15 MB, akzeptiert. Als Dateiname bitte Blatt-XX_Tutorium-YY_Gruppe-ZZZ.pdf mit der Nummer des aktuellen Blattes, des Tutoriums und der Abgabegruppe im Dateinamen verwenden.
- Musterlösungen zu den Hausaufgaben werden nach der Globalübung am Mittwoch, dem 23.11. in Moodle hochgeladen.

Tutoriumsaufgabe 1 (Eigenschaften von Reduktionen)

Seien L_1, L_2, L_3 drei Sprachen über dem Alphabet $\{0, 1\}$.

- Zeigen Sie, dass das Reduktionskonzept \leq transitiv ist. Zeigen Sie also:
Aus $L_1 \leq L_2$ und $L_2 \leq L_3$ folgt $L_1 \leq L_3$.
- Zeigen Sie, dass aus $L_1 \leq L_2$ folgt, dass $\overline{L_1} \leq \overline{L_2}$.

Tutoriumsaufgabe 2 (Abschlusseigenschaften)

Seien X und Y Sprachen über dem Alphabet $\{0, 1\}$. Wir definieren die Sprache

$$XY := \{w_1w_2 \mid w_1 \in X \text{ und } w_2 \in Y\}.$$

Beweisen oder widerlegen Sie:

- Wenn X und Y entscheidbar sind, dann ist auch XY entscheidbar.
- Wenn XY entscheidbar und Y semi-entscheidbar ist, dann ist auch X semi-entscheidbar.
- Wenn X endlich ist und Y semi-entscheidbar ist, dann ist auch $X \setminus Y$ semi-entscheidbar.

Tutoriumsaufgabe 3 (Reduzierbarkeit H auf das Komplement)

Zeigen Sie, dass weder $\overline{H} \leq H$ noch $H \leq \overline{H}$ gilt.

Tutoriumsaufgabe 4 (H vs H_ε)

Zeigen Sie $H_\varepsilon \leq H$ und $H \leq H_\varepsilon$.

Aufgabe 5 (Abschlusseigenschaften)**6 (2 + 2 + 2) Punkte**

Seien X und Y Sprachen über dem Alphabet $\{0, 1\}$. Beweisen oder widerlegen Sie:

- Wenn X und Y semi-entscheidbar sind, dann ist auch XY semi-entscheidbar.
- Wenn X entscheidbar ist und Y semi-entscheidbar ist, dann ist $X \setminus Y$ semi-entscheidbar.
- Wenn X semi-entscheidbar ist und Y entscheidbar ist, dann ist $X \setminus Y$ semi-entscheidbar.

Aufgabe 6 (Eigenschaften von Aufzählern)**5 (2 + 3) Punkte**

Ein Aufzähler A für eine Sprache L heißt

- sparsam, falls kein Wort in L mehr als einmal auf dem Ausgabeband gedruckt wird;
- kanonisch-organisiert, falls die Worte auf dem Ausgabeband in kanonischer Reihenfolge gedruckt werden.

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen. Wenn die Aussage stimmt geben Sie eine Konstruktion an, wenn die Aussage nicht stimmt geben Sie ein Gegenbeispiel.

- Wenn L rekursiv aufzählbar ist, so gibt es einen sparsamen Aufzähler für L .
- Wenn L rekursiv aufzählbar ist, so gibt es einen kanonisch-organisierten Aufzähler für L .

Aufgabe 7 (Alles Akzeptieren)**4 Punkte**

Sei $A_{\text{all}} = \{\langle M \rangle \mid M \text{ akzeptiert alle Eingaben}\}$. Zeigen Sie, dass weder die Sprache A_{all} noch ihr Komplement $\overline{A_{\text{all}}}$ semi-entscheidbar sind.