Prof. Dr. M. Grohe

E. Fluck, A. Riazsadri, J. Feith

Übungsblatt 7

Abgabetermin: Mittwoch, der 7. Dezember 2022 um 14:30

- Die Abgabe dieses Blattes wird am Mittwoch, dem 30.11. um 16 Uhr freigeschaltet.
- Die Lösungen der Hausaufgaben werden online via Moodle abgegeben.
- Die Hausaufgaben müssen in Gruppen von je **drei Studierenden aus dem gleichen Tutorium** abgegeben werden.
- Einzelabgaben werden mit 0 (Null) Punkten bewertet. Bitte versucht immer zu dritt arbeiten und abzugeben, das heißt wenn ein Teammitglied aufhört, sucht euch bitte ein weiteres Teammitglied.
- **Nummer des Tutoriums**, **Nummer des Übungsblattes** und **Namen und Matrikelnummern** der Studierenden sind auf das erste Blatt jeder Abgabe aufzuschreiben
- Es wird nur eine PDF-Datei, maximale Größe 15 MB, akzeptiert. Als Dateiname bitte Blatt-XX_Tutorium-YY_Gruppe-ZZZ.pdf mit der Nummer des aktuellen Blattes, des Tutoriums und der Abgabegruppe im Dateinamen verwenden.
- Musterlösungen zu den Hausaufgaben werden nach der Globalübung am Mittwoch, dem 07.12. in Moodle hochgeladen.

Tutoriumsaufgabe 1 (Loop-Berechenbarkeit)

Zeigen Sie, dass folgende arithmetische Befehle LOOP-berechenbar sind:

a) $x_i := x_j \dot{-} x_k$ (modifizierte Subtraktion mit Ergebnis 0 falls $x_j < x_k$)

b) $x_i := \min\{x_j, x_k\}$

Tutoriumsaufgabe 2 (Wachstumsfunktion)

Beweisen oder widerlegen Sie: Wenn ein LOOP-Programm P die Hintereinanderausführung von genau vier Zuweisungsbefehlen vom Typ “$x_i := x_j + c$” mit $c \in \{-1, 0, 1\}$ ist, dann erfüllt seine Wachstumsfunktion F_P für alle $n \geq 0$ die Ungleichung

$$F_P(n) \;\leq\; 5n + 8.$$

Tutoriumsaufgabe 3 (Probleme in NP)

Zeigen Sie, dass folgendes Problem in NP liegt:

> GRAPH-ISOMORPHISMUS-PROBLEM
>
> **Gegeben:** Zwei ungerichtete Graphen $G_1 = (V_1, E_1)$ und $G_2 = (V_2, E_2)$.
>
> **Frage:** Ist G_1 isomorph zu G_2, d. h., existiert eine Bijektion $f : V_1 \to V_2$, sodass $\{u, v\} \in E_1$ genau dann wenn $\{f(u), f(v)\} \in E_2$?

Aufgabe 4 (Loop-Berechenbarkeit) 5 Punkte

Zeigen Sie, dass folgende arithmetische Befehle LOOP-berechenbar sind:

a) $x_i \coloneqq x_j$ DIV x_k (Division ohne Rest, gegeben $x_k > 0$),

b) $x_i \coloneqq x_j$ MOD x_k (Modulo, gegeben $x_k > 0$).

Aufgabe 5 (Monotonie der Ackermannfunktion) 5 Punkte

Zeigen Sie, dass $A(m, n + 1) > A(m, n)$ für alle $m, n \in \mathbb{N}$ gilt. Sie dürfen dabei ohne Beweis verwenden, dass $A(m + 1, n) > A(m, n)$ für alle $m, n \in \mathbb{N}$ gilt.

Aufgabe 6 (Alternative Charakterisierung von NP) 5 Punkte

Zeigen Sie, dass es für jede Sprache $L \in \mathsf{NP}$ eine NTM N und ein Polynom $p(X)$ gibt, so dass die Länge *aller* Rechenwege von N bei jeder Eingabe der Länge n höchstens $p(n)$ ist.