

Einführung in die angewandte Stochastik

Kleingruppenübung 2

Aufgabe 4

Eine unverfälschte Münze wird dreimal hintereinander geworfen.

- Geben Sie für dieses Experiment eine geeignete Ergebnismenge Ω und ein Wahrscheinlichkeitsmaß P an.
- Beschreiben Sie die folgenden Ereignisse als Teilmengen von Ω und berechnen Sie die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten:

A : „Im ersten Wurf fällt Kopf und im letzten Wurf fällt Zahl“

B : „In den drei Würfeln erscheint Kopf häufiger als Zahl“

Aufgabe 5

Zeigen Sie, dass das folgende Mengensystem eine σ -Algebra über $\Omega \neq \emptyset$ ist:

$$\mathcal{A} = \{A \subset \Omega \mid A \text{ höchstens abzählbar oder } A^c \text{ höchstens abzählbar}\}$$

Hinweis: Sie können ohne eigenen Nachweis folgende Eigenschaften von abzählbaren Mengen verwenden:

- Jede Teilmenge einer höchstens abzählbaren Menge ist höchstens abzählbar.
- Abzählbare Vereinigungen von höchstens abzählbaren Mengen sind höchstens abzählbar.

Aufgabe 6

Gegeben seien eine Ergebnismenge Ω und eine σ -Algebra \mathcal{F} sowie zwei Wahrscheinlichkeitsmaße P_1, P_2 auf (Ω, \mathcal{F}) . Weiter sei für $\lambda \in (0, 1)$ die Abbildung $P_\lambda : \mathcal{F} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$P_\lambda(A) := \lambda P_1(A) + (1 - \lambda) P_2(A), \quad A \in \mathcal{F}.$$

Zeigen Sie, dass P_λ für $\lambda \in (0, 1)$ ebenfalls ein Wahrscheinlichkeitsmaß auf (Ω, \mathcal{F}) ist.

Aufgabe 7

Eine Softwarefirma beschäftigt drei Programmierer P_1 , P_2 und P_3 . Von P_1 wurden 230, von P_2 690 und von P_3 460 Programmierungen im vergangenen Jahr vorgenommen. Hierbei haben bei

- P_1 : 12% aller Programme mindestens zwei Programmierfehler,
40% aller Programme genau einen Programmierfehler,
- P_2 : 15% aller Programme genau einen Programmierfehler,
70% aller Programme keinen Programmierfehler,
- P_3 : 75% aller Programme keinen Programmierfehler,
10% aller Programme mindestens zwei Programmierfehler.

Die Softwarefirma wählt aus allen geschriebenen Programmen zufällig eines aus.

- (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat das ausgewählte Programm keine Programmierfehler?
- (b) Die Softwarefirma stellt fest, dass das Programm genau einen Programmierfehler aufweist. Mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt es vom Programmierer P_2 ?